

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

Programmering voor de ARMAC

Deel VI

Matrix-complex RAM

door

T.J. Dekker

MR 30

1959
MATHEMATISCH CENTRUM
REKENAFDELING

<u>Inhoud</u>	pag.
Voorwoord	1
Beschrijving van het matrix-complex RAM	2
Inleiding	2
Invoer van matrices	3
Invoer van gemengde getallen	5
Matrix-typroutines	6
Matrix-ponsroutine	7
Transpositie van matrices	8
Matrix-vermenigvuldiging	8
Matrix-inversie	9
Additieve operaties op matrices	9
Diversen	10
Eigenwaarden en -vectoren van symmetrische matrices	12
Berekening van determinanten	13
Tekst van het matrix-complex RAM	14
In- en uitvoer	14
Invoer van gemengde getallen	26
Vermenigvuldiging	28
Inversie	34
Additieve operaties en diversen	48

Voorwoord

De Rekenafdeling van het Mathematisch Centrum heeft jarenlang dankbaar gebruik gemaakt van de matrix-programma's, die Mevrouw R.D.M. Zonneveld-Mulder alhier voor de Armac heeft geprogrammeerd. Deze programma's betreffen het inverteren van matrices, het oplossen van lineaire stelsels en het berekenen van determinanten.

Langzamerhand ontstond er behoefte aan een flexibeler stelsel matrix-routines, dat een uniforme representatie van matrices mogelijk maakt. Het complex van matrix-programma's "RAM", dat U hier geboden wordt, hoopt in deze behoefte te voorzien.

In dit rapport wordt verder beschreven hoe het complex RAM kan worden gecombineerd met andere standaard-matrixprogramma's, met name het programma ter bepaling van eigenwaarden en -vectoren van symmetrische matrices, dat Mevrouw M.J.H. Römgens gemaakt heeft.

Ik wil hierbij dank brengen aan de Heer J. Nederkoorn, die enige subroutines heeft geprogrammeerd en RAM op de machine heeft getest en aan de Heer P.A. Neeteson van het Centraal Planbureau, de eerste gebruiker van RAM, die de subroutine transporteer sub-matrix heeft gemaakt.

Verder dank ik alle leden van de Rekenafdeling, die door het geven van suggesties of het uiten van verlangens aan het tot stand komen van RAM hebben medegewerkt.

Inleiding.

Een matrix is een getallenrechthoek, die - zoals we steeds zullen veronderstellen - met constante rij- en kolomspatiëring in het geheugen staat. Een matrix is bereikbaar via een zestal parameters, die, in een vaste volgorde achter elkaar in het geheugen geplaatst, samen het zgn.

matrix-adres vormen.

Een matrix-adres, dat op een adres k begint, wordt aangeduid met $\underline{k}$ en de bijbehorende matrix met $(\underline{k})$. Verder heet k een kengetal van de matrix $(\underline{k})$.

Het matrix-adres $\underline{k}$ is als volgt ingericht:

$[k] = a =$ begin-adres van de matrix,
 $[k+1] = \nu =$ rij-spatiering,
 $[k+2] = \tau =$ kolom-spatiering,
 $[k+3] = b =$ binaire exponent,
 $[k+4] = N =$ rij-lengte,
 $[k+5] = T =$ kolom-lengte.

De bijbehorende matrix $(\underline{k}) = \|M_{tn}\|$ wordt gedefinieerd door:

$M_{tn} = m_{tn} \cdot 2^b = \{a + n\nu + t\tau\} \cdot 2^b$, waarbij $n = 0(1) N-1$,
 $t = 0(1) T-1$.

Een kengetal k dient steeds een veelvoud van 8 te zijn en verder moeten als regel ν en τ groter of gelijk aan +0 zijn.

Het complex RAM gebruikt de volgende sluitletters:

J voor inversie,
 K voor werkruimte,
 L voor in- en uitvoerprogramma,
 P voor vermenigvuldiging,
 S voor additieve operaties en diversen,
 R voor specifieke voorponsing en voor het kengetal van matrices, die door de matrix-ponsroutine geponst zijn. Het moet, zoals steeds, worden afgeraden R in de algemene voorponsing op te nemen.

Opmerkingen: De factor f is dikwijls niet exact. Gewoonlijk zal men $B=0$ kiezen. Indien men de elementen van $\| \mu_{tn} \| 10^D$ als gehele getallen wil beschouwen, neme men $B = +33$.

Na de decimale exponent D zijn toegestaan de controle-combinaties:

RPR q : repeteer eerstvolgende woord q maal;

RPX q : skip q elementen van de matrix.

Hierbij is q een geheel getal zonder teken; als $q \leq 31$ mag dit in één aanslag geponst worden.

Na de controle-combinatie RPK en vóór het einde van de matrix mag men geen RC, RA of RX inlassen.

Indien einde matrix bereikt is, eist het programma RC of een nieuwe adres-specificatie, dus RA of RPK. Als de band te veel elementen bevat (dus meer dan $N \times T$), dan stopt het invoerprogramma. Als de band te weinig elementen bevat (m.a.w. als RC, RA of een nieuwe RPK te vroeg komt), dan kan het zijn, dat deze fout niet wordt gedetecteerd. Men kan testen of einde matrix bereikt wordt, door stop-opdracht 230X0 in te schakelen. Stopt het programma op genoemde opdracht, welke op a27L0 staat, dan is het einde van de matrix bereikt. De stop-als-fout-bij-controle staat op a24L2.

Na de controle-combinatie RPK zijn op de gebruikelijke wijze toegestaan de soort-specificaties RB, RD, RG en RE.

Bovendien kan men aanwenden de soortspecificatie RSe met $e = 0(1) 31$ voor het invoeren van woorden van de gedaante $2^{-e} \times$ gemengd getal. In dit geval zal men $B = e$ nemen. Zie verder hiervoor pag. 5.

Er bestaat voor het invoeren van matrices ook nog een tweede versie, speciaal voor matrices, die door het matrixponsprogramma zijn uitgeponst. Voor deze versie moet de matrix (k) als volgt geponst zijn:

RP k+4 (het ponsprogramma ponst: RP4R0)

N

T

B

D = 0

N+T+B+D

de opeenvolgende kolommen van (μ_{tn}), ieder gevolgd door de som der elementen modulo 2-p.

Bij het invoeren worden de sommen gecontroleerd. Indien een som niet klopt, stopt het programma op b26L1.

Deze som-controle maakt banden in duplo overbodig. Wel kunnen deze banden ter controle worden ingelezen (auto-start 1). Dit dient dan te geschieden, voordat de inhoud van 0 t/m 7 KO gewijzigd is, omdat zich hier het complete matrix-adres van de zojuist uitgeponste matrix bevindt. Het is om deze reden dan tevens noodzakelijk, dat tijdens de controle-lezing de waarde van de sluitletter R aan die van K gelijk is.

In deze versie zijn geen repeteer- of skip-faciliteiten aanwezig.

Het matrix-invoerprogramma omvat de kanalen L0, L1, L2, L3 en plaats 28X127.

Invoer van gemengde getallen.

Voor de invoer van gemengde getallen bestaat de soortspecificatie RSe, waarbij $e = 0(1)31$.

Deze soortspecificatie kan ook los van het matrix-complex RAM gebruikt worden. De parameter e moet in één pentade geponst worden. De soortspecificatie RSe kan op de gebruikelijke wijze voor of na de combinatie RA of RP geponst worden.

De soortspecificatie RSe accepteert getallen van de vorm:

$$\begin{array}{rcl}
 + \dots + . \dots & & \\
 - \dots - . \dots & & \\
 & \pm . \dots & \text{(echte breuk),} \\
 \pm \dots & & \text{(geheel getal),}
 \end{array}$$

waarbij steeds het gehele gedeelte $< 2^e$ moet zijn.

Hieruit wordt een dubbel-lengte getal gevormd in $[A, S]$, dat dan over e plaatsen naar rechts wordt uitgeschoven. Dit uitgeschoven getal wordt niet afgerond.

In S wordt dus afgeleverd: 2^{-e} x gegeven gemengd getal.

Geheel getal voorafgaande aan echte breuk moet worden afgesloten met X (of met $\pm$). Er wordt geen X geskipt tussen geheel gedeelte en breukgedeelte van een gemengd getal.

Het programma omvat kanaal R0 en plaats 29X127. Op de band staat voor de liefhebbers de specifieke voorprosing RFR0L6.

Het programma stopt bij capaciteitsoverschrijding - opgetreden wegens keuze van te kleine e - op plaats b26RC en bij teken-ongelijkheid van kop en staart op a16R0

N.B. Denk erom, dat niet meer dan 33-e bits van de breuk in S komen.

Matrix-typroutines.

Voor het typen van matrices bestaan de volgende subroutines, waarbij steeds wordt verondersteld, dat de typecode in S wordt meegegeven en het matrix-adres van de te typen matrix in het laatste kernenkward staat (m.a.w. de matrix (24X0) wordt getypt.

Aanroep 220L5 =) Typ exponent en matrix.

Deze subroutine roept eerst een subroutine voorbereiding aan, typt dan na SNP (d.i. Start Nieuwe Pagina) de decimale exponent D en daarna volgen de rijen van de matrix (24X0), ieder voorafgegaan door SNP.

Aanroep 229L5 =) Subroutine voorbereiding.

Deze subroutine maakt B=b, indien breuk-code, en B =b-33,

indien geheel-getalcode in S is meegegeven. Zij berekent daarna, als $B \neq 0$ is, een factor $f = 2^B 10^D$, waarbij D zó gekozen wordt, dat $0,1 < f < 1$ is.

De subroutine levert D af op 23X0 en in S en f op 19X0 en in A.

Dan kan de programmeur zelf zorgen voor het typen van D of afhankelijk van D een typcode kiezen en daarna de matrix typen met de aanroep:

22 6.L 5 =) Typ matrix na voorbereiding.

Deze subroutine typt de rijen van (24X0), ieder voorafgegaan door SNP.

Als van te voren bekend is, dat $b=0$ is, kan men ook een matrix typen zonder exponent en zonder voorbereiding. Hiervoor gebruikt men de aanroep:

22 5 L 5 =) Typ matrix zonder voorbereiding.

In dit geval wordt geen factor f bepaald. De matrix $\| m_{tn} \|$ wordt zonder meer rij-gewijs getypt, elke rij voorafgegaan door SNP. De binaire exponent b moet gelijk aan nul zijn.

De voorbereidingssubroutine brengt een wijziging aan in het matrix-adres 24X0, een wijziging die door de daaropvolgende typroutine weer hersteld wordt. Verder is na elke typroutine het matrix-adres 24X0 intact.

Voor werkruimte worden gebruikt 0 t/m 7 K0 en diverse platen in X0.

Het typprogramma omvat de kanalen L2, L3, L4 en de eerste helft van L5.

Matrix-ponsroutine.

Aanroep 22 0 L 4 =) Pons matrix (24X0).

Deze subroutine pons de matrix (24X0) zodanig, dat deze door de tweede invoer-versie kan worden gelezen. Achtereenvolgens wordt geponst:

Roffel blank, RP 4R0 RB; daarna in binaire code N, T, B, D gevolgd door hun som; daarna de kolommen van de matrix, elk gevolgd door hun som modulo 2-p; tenslotte een roffel blank.

Het matrix-adres wordt opgeborgen op 0 t/m 7K0, zodat na het ponsen de band ter controle kan worden ingelezen (autostart 1) als de waarde van de sluitletter R gelijk aan die van K gemaakt is.

De pons-routine omvat de kanalen L3 en L4 en gebruikt als werkruimte 0 t/m 7 K0 en diverse plaatsen in X0. Na afloop is het matrix-adres 24X0 intact.

Transpositie van matrices.

Voor het transponeren van matrices bestaan de volgende subroutines

22 1 L 3 ==)	Transponeer	<u>8X0</u> ,
22 2 L 3 ==)	"	<u>16X0</u> ,
22 3 L 3 ==)	"	<u>24X0</u> ,
23 6 L 3 ==)	"	<u>[S]</u> ,

Deze subroutines transponeren de genoemde matrix-adressen, d.w.z. zij verwisselen daarin ν met τ en N met T.

Deze subroutines staan in kanaal L3.

Matrix-vermenigvuldiging.

Aanroep 22 0 P 0 ==)

Functie: $(8X0) \cdot (16X0) \Rightarrow (24X0)$.

Van het matrix-adres 24X0 moeten a, ν , τ gegeven zijn; b, N, T worden door de subroutine ingevuld.

Uit de vector-producten, die exact in drievoudige lengte worden opgebouwd, worden uniform geschaalde getallen van enkelvoudige lengte gevormd.

De product-matrix wordt zo ver mogelijk (maar niet meer dan 33 bits) naar voren geschoven opgeborgen. De factor-matrices hoeven niet tegen de komma genormeerd te zijn. De subroutine omvat de kanalen P0, P1, P2 en gebruikt voor werkruimte kanaal K0. Na afloop staan alle matrix-adressen intact in X0 en is de rest van X0 ook intact.

De subroutine stopt als de rij-lengte van 8X0 ongelijk is aan de kolom-lengte van 16X0.

Matrix-inversie.

Aanroep 22 0 J 0 $\Rightarrow$)

Functie: $(24X0)^{-1} \Rightarrow (24X0)$.

De subroutine normeert de kolommen tegen de komma, berekent dan de inverse matrix, die rij-gewijs geschaald is, en schuift tenslotte de rijen zover uit, dat de matrix-elementen uniform geschaald zijn.

De subroutine omvat de plaatsen 0J0 t/m 23J6

Voor werkruimte wordt gebruikt kanaal X0, OKO $\sim$, m 7 + 3NKO en de N^e kolom, dat zijn de adressen $a + N\psi + t\tau$ ($t=0(1)T-1$). De orde $N=T$ van de matrix dient ≤ 50 te zijn.

Deze subroutine bevat de volgende deelsubroutine:

22 0 J 1 $\Rightarrow$) Inverteer kolom-geschaalde matrix.

Deze subroutine inverteert een kolomsgewijs geschaalde matrix (24X0), waarbij de binaire exponenten zijn meegegeven op $8 + 3iKO$ ($i=0(1)N-1$) en levert een rijgewijs geschaalde matrix af op dezelfde plaats, waarbij de exponenten der rijen eveneens op $8 + 3iKO$ staan.

De inversie wordt uitgevoerd volgens "Aitken below the line" (zie L. Fox, Practical solution of linear equations and inversions of matrices, N.B.S., A.M.S. 39 (1954) 12-14). Tijdens de inversie wordt niet opgenormeerd.

De subroutine stopt als $N \neq T$ is.

De subroutine omvat dezelfde kanalen als de vorige, behalve JO, en gebruikt dezelfde werkruimte.

In dit geval zou orde $N=51$ nog mogelijk zijn.

Additieve operaties op matrices.

Aanroep 22 16 S0 $\Rightarrow$) Lineaire combinatie.

Functie: $\lambda_1(8X0) + \lambda_2(16X0) \Rightarrow (24X0)$, waarbij $\lambda_1 = \{14X0\}$ en $\lambda_2 = \{22X0\}$.

Van het matrix-adres 24X0 moeten a, v, τ gegeven zijn; b, N, T worden door de subroutine ingevuld. De subroutine stopt als de rij- of kolom-lengten ongelijk zijn.

De factor λ_1 of λ_2 wordt zó ver uitgeschoven, dat, na aanpassing van de exponent van de bijbehorende matrix, beide matrices gelijke exponenten hebben. Verder worden λ_1 en λ_2 gehalveerd (en de exponenten dienovereenkomstig met 1 vermeerderd) als $|\lambda_1| + |\lambda_2| > 1$ is. Wordt λ_1 of λ_2 door het uitschuiven gelijk aan nul, dan wordt (8X0) resp. (16X0) vervangen door een constante matrix ter vermindering van trommelaccesses.

De programmeur zorgt, dat de λ 's voldoende naar voren geschaald zijn om precisie-verlies te vermijden. De subroutine vormt de lineaire combinatie in dubbele lengte en bergt hiervan de afgeronde kop.

Aanroep: 22 0 S 0 $\Rightarrow$ Optelling.

Functie: (8X0) + (16X0) $\Rightarrow$ (24X0).

Aanroep: 22 1 S 0 $\Rightarrow$ Aftrekking.

Functie: (8X0) - (16X0) $\Rightarrow$ (24X0).

Deze subroutines gebruiken de vorige subroutine met $\lambda_1 = \frac{1}{2}$, $\lambda_2 = \pm \frac{1}{2}$, waarbij de exponenten met 1 verhoogd worden.

De additieve subroutines omvatten de kanalen S0, S1 en gebruiken K0 voor werkruimte. Na afloop staan alle matrix-adressen intact in X0 (en in K0). Het 0^e kernenkwart blijft ook intact. Het matrix-adres 24X0 mag gelijk zijn aan 8X0 of 16X0.

Diversen.

Aanroep 22 0 S 2 $\Rightarrow$ Zoek absoluut maximum.

Functie: $|m| = \max_{t,n} |m_{tn}| \Rightarrow \{S\},$
 $)m(\Rightarrow [A],$
 $m \Rightarrow \{7X0\}.$

Hierbij is $)m($ een adres, waar het maximum gevonden wordt en m de inhoud daarvan.

Aanroep: 22 18 S 2 $\Rightarrow$) Vermenigvuldiging met constante.

Functie: $\{30X0\}$ $(24X0) \Rightarrow (24X0)$.

De vermenigvuldiging geschiedt afgerond. Er wordt niet opgenormeerd.

Aanroep 22 20 S 2 $\Rightarrow$) Normering.

Deze subroutine normeert de matrix $(24X0)$ tegen de komma.

Nauwkeuriger gezegd:

$$2^p \| m_{tn} \| \Rightarrow \| m_{tn} \|,$$

$$b - p \Rightarrow b,$$

waarbij p zó gekozen wordt, dat $\| m_{tn} \|$ tegen de komma geschoven wordt.

De S2-subroutines omvatten kanaal S2 en de normering bovendien een stuk van S0.

Voor werkruimte worden gebruikt 0 t/m 7, 30, 31 X 0.

De volgende subroutines staan in kanaal R0, welks band voor de liefhebbers is voorzien van de specifieke voorpon-sing RFROS3.

Aanroep: 22 0 S 3 $\Rightarrow$) Transporteer submatrix.

Deze subroutine transporteert een submatrix uit $(8X0)$ gespecificeerd door twee codewoorden c_1 en c_2 naar $(24X0)$.

Hierbij is $c_1 = (14X0)$, $c_2 = (15X0)$.

Van $(8X0)$ worden die elementen m_{tn} getransporteerd, waarvoor het n^e bit van c_1 en het t^e bit van c_2 gelijk aan 1 zijn.

(hierbij wordt zó geteld, dat het 0^e bit het minst significant is). M.a.w.: c_1 specificeert de kolommen, c_2 de rijen van de submatrix.

Van het matrix-adres $24X0$ moeten a , v , τ gegeven zijn;

b , N , T worden ingevuld. N en T van $8X0$ moeten ≤ 34 zijn.

Het matrix-adres $24X0$ mag gelijk zijn aan $8X0$.

Na afloop zijn de matrix-adressen in $X0$ intact.

Voor werkruimte worden diverse plaatsen in $X0$ gebruikt en c_1 wordt bedorven.

Aanroep: 22 30 S 3 $\Rightarrow$) Transporteer matrix.

Functie: (8X0) $\Rightarrow$ (24X0).

Deze subroutine maakt c_1 en c_2 gelijk aan -0 en roept dan de voorgaande subroutine aan.

Van het matrix-adres 24X0 moeten a, v, τ gegeven zijn; b, N, T worden ingevuld. N en T van 8X0 hoeven in dit geval niet ≤ 34 te zijn.

Eigenwaarden en -vectoren van symmetrische matrices.

Deze kunnen worden bepaald met een programma, dat los staat van het RAM-complex.

De matrix moet symmetrisch en van orde $N \leq 48$ zijn. (Onder bepaalde omstandigheden kan ook nog een enkele eigenwaarde en -vector van een asymmetrische matrix berekend worden.) Bovendien wordt verondersteld:

$$a = 0 \text{ H } 0 = 0 \text{ X } 54, \tau = 1, v = N.$$

De matrix moet zó geschaald zijn, dat de som van de absolute waarden der elementen van elke kolom < 1 is.

De orde N moet worden vastgelegd door de voorponsing RFT NX0. Het programma gebruikt verder de sluitletters: A, B, C, P, F (voor het programma), H (voor begin-adres a), J (voor de uit te ponsen eigenvectoren), R (voor specifieke voorponsing).

Programma en werkruimte omvatten samen de kanalen 32 t/m 53.

Het programma berekent achtereenvolgens voor de rangnummers $n = 1 (1) N$ de eigenwaarden λ_n en de bijbehorende eigenvectoren. Hierbij is $|\lambda_n|$ bij toenemende n monotoon niet -stijgend.

Het programma pons desgewenst: RAOJORB, daarna eigenvector, eigenwaarde en rangnummer, gevolgd door de controlecombinatie RC en de herhaling afgesloten met een E.

Het programma typt desgewenst: rangnummer, eigenwaarde en daarna de eigenvector.

Bij de bepaling van de eigenwaarde wordt geen binaire exponent verdisconteerd.

De eigenvectoren worden genormeerd op lengte één.

Voor nadere bijzonderheden wordt verwezen naar de gedetailleerde beschrijving, die op de Reken-afdeling ter beschikking is, maar wegens de omvang hier niet wordt gepubliceerd.

Berekening van Determinanten.

Determinanten kunnen worden bepaald met een programma, dat eveneens los van het RAM-complex staat. De orde N van de matrix moet ≤ 51 zijn.

Verder wordt verondersteld:

$$a = OAO, \tau = 1.$$

Op 0 t/m N-1 DO moeten decimale schalingsfactoren der kolommen gegeven zijn.

M.a.w. het programma bepaalt $\det \| M_{tn} \|$, waarbij de matrix $\| M_{tn} \|$ wordt gedefinieerd door:

$$M_{tn} = \{ t + \sqrt[n]{nAO} \} \cdot 10^{[nDO]}.$$

Een binaire exponent kan niet worden verdisconteerd.

Het programma omvat de kanalen F0 t/m F5 en gebruikt voor werkruimte 0 t/m N-1 B0, 0 t/m N-1 C0 en kanaal X0.

Men start het programma op aOF0 met in de getalschakelaar: $\sqrt[n]{2^{17}} + N$. Het programma typt breuk en decimale exponent van de determinant en stopt.

Het determinant-programma bevat de volgende subroutine:
Aanroep: 22 24 F0 $\Rightarrow$).

Indien in S wordt meegegeven $\sqrt[n]{2^{17}} + N$ levert deze subroutine breuk en decimale exponent van de determinant, en wel breuk in S en op 20X0
decimale exponent in A en op 21X0.

Voor nadere bijzonderheden wordt verwezen naar de gedetailleerde beschrijving, die op de Reken-afdeling aanwezig is.

-14-

Invoer.

RD RA 4028X2 60LO 00X0

Kanaal LO

		R	D	R	A	
			0	L	0	
RP $\Rightarrow$	0	10	26	X	0	
		29	34	X	30	
	1	14	11	L	0	$\rightarrow RP_X^R$
		10	31	L	0	
	2	12	26	X	0	Zet sprong
		22	4011	X	1	=) lees kengetal
	3	26	3	X	22	
		4	8	L	1	
	4	15	6	L	0	$\rightarrow$ geen som-contr.
		2	30	L	0	voorbereiding som-controle
	5	4	28	X	0	
		26	0	X	4	0 $\Rightarrow$ som
	6	4	5	X	0	
a4 $\rightarrow$		24	31	X	30	
	7	24	4	X	12	
		13	6	X	0	berg k en maak $N < 0$
	8	26	1	X	4	
		4	2	L	1	1 $\Rightarrow \tau$
	9	26	4	X	4	
		4	7	X	0	
	10	5	7	L	1	
		7	9	X	0	$\Rightarrow$ ga N, T, B, D bergen/contr.
a1 $\Rightarrow$	11	27	4	X	8	RPR of X
		24	30	X	12	
	12	28	30	X	10	
		26	16	X	0	
	13	23	11	X	0	=) lees dec. int. 1
		12	27	X	0	berg q
	14	10	31	L	0	
		2	30	L	0	
	15	28	0	X	0	
		15	19	L	0	$\rightarrow X$

Invoer.

-15-

Kanaal LO

	16	22	30	X	0	=) lees w
		2	28	X	0	
	17	29	34	X	20	
		15	18	L	0	→ geen verm.
	18	23	11	L	1	=) w.f
b17 →		12	1	X	0	berg
	19	10	28	L	0	
b15 →		12	2	X	0	
	20	10	28	X	0	
		12	24	X	0	red opdr.
	21	10	29	L	0	
		12	28	X	0	
	22	6	28	X	0	⇒
b31L1 ⇒		10	28	X	0	
	23	28	17	X	30	RP ^R _X niet klaar ?
		26	16	X	0	
	24	1	4	X	0	VO - λ
		11	1	L	1	- v
	25	16	4	L	1	. N
		9	0	L	1	- a
	26	28	0	X	8	≠ 0 ?
		26	16	X	0	
	27	2	30	X	0	
		20	31	X	26	herstel $\frac{1}{4}$ X 0
	28	7	13	X	18	⇒ klaar
		22	25	X	0	voor RPR
	29	10	1	X	0	voor RP ^R _X
		7	14	L	1	
	30	22	30	X	0	som contr.-opdr.
		6	9	L	1	indicatie
	31	26	16	X	0	R of X
		23	20	L	1	sprong
						tevens voor RPX

RC
bis

		R	D 9	R L	A 1	
	0					a
	1					γ
	2					τ
	3					f
	4					N
	5					T
	6					b
	7					$\gamma - (T-1)\tau$
	8					versie-indicator, negatief, als som-contr.
b28X0 $\Rightarrow$	9	12	1	X	0	
		8	5	X	0	
	10	12	5	X	0	
		10	1	X	0	
	11	22	25	X	0	$\Rightarrow$ naar V0 berg/contr.
=)		28	14	X	2	PL
b28X0 $\Rightarrow$	12	18	3	L	1	
		26	32	X	30	
	13	4	1	X	0	
		8	1	X	0	
	14	22	25	X	0	$\Rightarrow$ naar V0 berg/contr.
b28X0 $\Rightarrow$		27	1	X	4	
	15	0	27	X	0	
		4	27	X	0	

Invoer.

	16	15	2	X	0	→
		2	24	X	0	herstel al of niet verm.opdr.
	17	4	28	X	0	
		7	2	X	0	⇒
b25L2 ⇒	18	8	0	L	1	$\lambda + a$
a30 →		2	5	L	1	$T \Rightarrow t$
	19	4	7	X	0	
a23 →		12	25	X	0	
	20	6	28	X	0	⇒
b26X0 } ⇒		10	2	L	1	
b2 X0 }	21	2	7	X	0	) $t-1 \Rightarrow t > 0 ?$
		25	1	X	4	
	22	4	7	X	0	
		8	25	X	0	
	23	15	19	L	1	→ volgende element
		2	8	L	1	
	24	28	34	X	20	
		15	27	L	1	→ geen som-contr.
	25	22	30	X	0	=) lees som
		9	5	X	0	
	26	28	0	X	8	
		26	16	X	0	stop als som niet klopt
	27	12	5	X	0	$0 \Rightarrow \text{som}$
b24 →		10	7	L	1	
	28	8	25	X	0	
		2	6	X	0	
	29	25	1	X	4	) $n-1 \Rightarrow n > 0 ?$
		4	6	X	0	
	30	15	18	L	1	→ volgende kolom
		29	0	X	0	$n = 0 ?$
	31	24	34	X	22	
		15	22	L	0	→
				RC		
				bis		

		R 0	D L	R 2	A		
	0	9	2	L	2	-k -5	B
		29	2	X	10		
		10	11	L	3		f'
		4	19	L	3		
	2	20	1	X	0	20 k+6 X0	
		2	23	X	0	2 23 X0	
	3	29	0	X	0	D = 0 ?	
		15	14	L	3	→	
	4	12	28	X	0		
		2	22	L	2		
b15 L5 →	5	4	6	X	0		
		10	30	L	2		
a11 b13 L3 } ⇒	6	6	18	L	2	⇒	
		25	10	X	4		
	7	4	22	X	0	B-10 ⇒ B	
		24	3	X	12		
	8	12	23	X	0	D+3 ⇒ D	
		10	19	X	0		
	9	18	31	L	2		
		24	34	X	22		
	10	7	16	L	2	⇒	
b6X0 ⇒		4	22	X	0		
	11	15	6	L	2	→	
b23		28	0	X	2		
b12 L3 →	12	24	3	X	4		
		4	22	X	0	B+3 ⇒ B	
	13	25	1	X	12		
		12	23	X	0	D-1 ⇒ D	
	14	10	19	X	0		
		28	1	X	10		
	15	22	16	L	2	=),	
		6	6	X	0	⇒	

Invoer en typen.

Kanaal L2

=)	16	28	22	X	2	
a10 →		24	2	X	12	
	17	26	2	X	30	$\frac{1}{4} \{s\}$ afger. + f
		8	19	X	0	
a6 →	18	12	19	X	0	$\Rightarrow f > 0 ?$
		2	22	X	0	B
	19	15	21	L	2	→
		26	1	X	30	
	20	9	30	L	2	$\frac{1}{2} f$
		24	1	X	4	B+1
	21	12	19	X	0	
a19 →		10	23	X	0	D
	22	7	6	X	0	) $\Rightarrow$ invoerwissel
		6	12	L	3	
a6 X 0 $\Rightarrow$	23	29	34	X	20	
		15	11	L	2	→
	24	24	1	X	12	
		12	23	X	0	
	25	10	0	L	2	B'
		2	1	L	2	f'
	26	9	28	L	2	
		29	28	X	10	
	27	1	0	L	2	voor afronding
		24	0	X	4	
	28	26	0	X	20	) 26 - B' x 20 definitieve f
		4	19	X	0	
b14 L5 →	29	10	23	X	0	
		6	30	X	0	$\Rightarrow$ naar koppelopdr. voorbereiding
	30	0	0	X	0	
		16	0	X	0	
	31	RG +				0,024 x 4 x 2 ³³
		824633721				
		RC bis				

In- uitvoer en transpositie.

Kanaal L3

		R 0	D L	R 3	A		
		2	1	X	0	$\Delta 0$	werk- ruimte
Transponeer		1	4095	X	0		koppel- opdracht
1e kwart =)	1	26	8	X	12	$\Rightarrow$	werk- ruimte
		7	6	L	3		
2e kwart =)	2	26	16	X	12	$\Rightarrow$	koppelopdracht
		7	6	L	3		
3e kwart =)	3	26	24	X	12	$\Rightarrow$	2 X 0
		7	6	L	3	$\Rightarrow$	10 X 0
	4	4	2	X	0		4 X 0
		12	1	X	0		12 X 0
	5	26	3	X	12		koppelopdracht
		2	1	L	3		
	6	28	5	X	2		zet koppelopdr. definitief
Transponeer		28	1	X	2		zet koppelopdr. voorlopig
matrix =)		28	2	X	10		
met k = [S]	7	24	17	X	30		
	8	8	2	L	3		
		8	4	L	3		
	9	28	4	X	10		
		9	0	L	3		
	10	28	3	X	10		
		6	3	L	3	$\Rightarrow$	
	11	22	30	X	0		voor invoer
		6	12	L	1		
b6X0 $\Rightarrow$	12	28	34	X	30		
		14	12	L	2		D > 0
	13	28	0	X	8		
		15	6	L	2	$\rightarrow$	D < 0
	14	4	22	X	0		D = -0. f gereed voor in- voer
b3 L2 $\rightarrow$		11	21	X	0	-T	
	15	18	18	X	0	τ	
		8	17	X	0	+v	

In- en uitvoer.

Kanaal L3

	16	8	18	X	0	+τ
		12	23	X	0	
	17	21	6	L	1	
		10	22	X	0	
	18	2	20	X	0	
		4	6	X	0	
	19	R X 1				$\frac{12}{9}$ aa + 3 $\frac{29}{28}$ 0 x $\frac{0}{8}$
	20	26	16	X	0	
		20	22	X	26	herstel 2e kwart x 0
	21	10	4	X	0	
		6	18	L	1	⇒ ga matrix bergen/contr.
a20X0 ⇒	22	28	0	X	2	berg koppelopdr. voorlopig
		18	19	X	0	
	23	26	32	X	30	
		4	22	X	0	
	24	8	22	X	0	
		2	0	L	3	haal koppelopdr. terug
a20X0 ⇒	25	6	0	X	23	⇒ ga typen
b8 L5 ⇒		15	26	L	3	
	26	24	3	X	4	
b25 →		4	20	X	0	zet typwissel, al dan niet
b20X0 →	27	22	0	X	26	=) nieuwe pagina ^{vermenigvuldigend}
		7	12	L	4	
	28	6	22	L	3	typwissel
		6	27	L	3	
	29	6	23	L	2	uitvoerwissel
		7	10	L	2	
	30		RT			
		T	G3	F2	J1XK	
	31		RB			
		RP	4R	OR	BO	
			RC	bis		

		R 0	D L	R 4	A	
=)	0	4	7	X	0	Pons matrix
		2	27	X	0	
	1	4	30	X	0	$b \Rightarrow B$
		26	0	X	12	
	2	12	31	X	0	$0 \Rightarrow D$
		12	23	X	0	$0 \Rightarrow \text{som}$
	3	21	7	K	0	
		2	31	L	4	
	4	4	20	X	0	zet ponswissel
		22	24	X	19	=) pons roffel blank
	5	10	31	L	3	
		22	27	X	20	=) pons RP4RORB
	6	26	28	X	12	
b9 →		12	27	X	0	
	7	22	26	L	4	=) haal element, tel op en pons
		10	27	X	0	of (vermenigv.) en typ
	8	24	1	X	12	
		28	6	X	30	
	9	24	28	X	30	
		15	6	L	4	→
	10	22	3	L	3	=) transposeer 3 ^e kwart X0
b20X0 →		10	23	X	0	
	11	22	27	X	20	=) pons vorige som
		26	0	X	12	
	12	12	23	X	0	$0 \Rightarrow \text{som}$
b27 L3 →		2	28	X	0	
	13	4	21	X	0	zet "kolommen"-telling
		10	24	X	0	
a18 →	14	12	27	X	0	
		10	27	X	0	
	15	22	26	L	4	=) haal element, <u>tel op en pons</u>
		10	21	X	0	(vermenigv.) en typ

Uitvoer.

Kanaal L4

	16	25	1	X	12	
		12	21	X	0	
	17	10	27	X	0	
		8	25	X	0	
	18	14	14	L	4	→
		2	24	X	0	
	19	0	26	X	0	
		4	24	X	0	
	20	10	29	X	0	
		25	1	X	12	
	21	12	29	X	0	telling "rijen"
		15	20	X	0	→
	22	20	7	K	0	
		2	20	X	0	
	23	29	18	X	20	uit typen ?
		15	25	L	4	→
	24	10	23	X	0	
		22	27	X	20	=) pons laatste som
	25	22	24	X	19	=) pons roffel blank
U23 →		6	7	X	0	⇒ naar koppelopdracht
=)	26	8	27	L	4	
		28	27	X	10	
	27	10	0	X	0	10 a+nv +tτ XO
		6	20	X	0	⇒ naar a-helft wissel
a20X0 ⇒	28	28	0	X	10	
		8	23	X	0	
	29	12	23	X	0	
		10	0	L	4	
	30	6	27	X	20	⇒ pons binair molecuul
		8	8	X	8	
	31	6	28	L	4	ponswissel
		7	10	L	4	
		RC	bis			

-24-
typen.

Kanaal L5

		R 0	D L	R 5	A	
=)	0	4	7	X	0	Typ exponent en matrix
		12	31	X	0	
	1	22	9	L	5	=)
		22	0	X	26	=) start nieuwe pagina
	2	10	30	L	3	
		12	0	X	0	
	3	10	23	X	0	
		22	0	X	23	=) typ exponent D
	4	10	31	X	0	
		7	6	L	5	⇒
=)	5	21	7	K	0	aanroep zonder voorbereiding
		24	0	X	4	
=)	6	4	7	X	0	aanroep na voorbereiding
b4 →		12	0	X	0	
	7	10	27	X	0	
		2	28	L	3	
	8	28	0	X	8	
		7	25	L	3	⇒
=)	9	29	32	X	30	<u>Voorbereiding</u>
		21	7	K	0	
	10	10	27	X	0	
		14	12	L	5	→ code Breuk
	11	25	33	X	12	
		12	27	X	0	
b10 →	12	12	22	X	0	
		4	30	X	0	zet koppelopdracht
	13	26	0	X	4	
		4	23	X	0	
	14	29	0	X	8	
		14	29	L	2	→
	15	2	29	L	3	
		6	5	L	2	⇒
			RC	bis		

Kanaal L5

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

-26-

(RFR OL6)

RD RA 4029X2 6 ORO OOXO

Invoer gemengde getallen

Kanaal RO

		R	D	R	A	
			0	R	0	
PS →	0	26	4	X	8	lees e
		8	3	R	0	
	1	12	3	X	0	zet schuifopdr.
		2	4	R	0	
	2	4	30	X	0	zet soortspec.
		6	8	X	0	⇒
	3	26	0	X	28	voor schuifopdr.
		7	25	R	0	
	4	4	31	X	0	soortspec.
		22	5	R	0	
=)	5	4	29	X	0	
		10	0	X	0	α
28 →	6	26	1	X	22	
		29	4	X	30	
	7	14	27	R	0	→ R, X
		26	33	X	20	
	8	4	1	X	0	0 met goede teken
		29	31	X	30	
	9	15	16	R	0	→ + . , - . (geen kop)
		23	11	X	0	=) dec. int. 1
	10	2	1	X	0	
		12	1	X	0	
	11	28	34	X	20	→) berg kop met goede teken
		15	12	R	0	
	12	13	1	X	0	
		10	0	X	0	
	13	26	1	X	22	
		25	7	X	12	
	14	28	0	X	8	geen ± . ?
		27	0	X	12	
	15	15	22	R	0	→ geen staart
		28	0	X	0	tekens ongelijk ?

Kanaal R0

Invoer gemengde getallen

	16	26	16	X	0	
a9 →		26	10	X	12	
	17	22	12	X	0	=) dec. int. 2
		7	19	R	0	⇒
a20 ⇒	18	24	32	X	30	} bij - verm. met factoren 10
		8	2	X	0	
	19	24	33	X	30	
b17 →		12	2	X	0	
	20	14	18	R	0	→
		8	30	R	0	- 10 ¹⁰
	21	3	29	R	0	2 ⁻⁵
		17	31	R	0	} . 10 ⁻⁹
	22	26	29	X	28	
a15 →		2	1	X	0	kop
	23	29	34	X	20	
		14	3	X	0	→ neg.
	24	12	2	X	0	
		11	2	X	0	
	25	6	3	X	0	⇒ pos.
b3X0 ⇒		29	0	X	0	geen cap. overschr. ?
	26	14	29	X	0	→ klaar
		27	16	X	0	stop cap. overschr.
a7 ⇒	27	28	34	X	20	
		14	6	X	18	→ R
	28	26	4	X	8	skip
		6	6	R	0	⇒
	29	R	G	+	26	2 ²⁸
		84	35	45	6	
	30	+	71	79	86	2 ³⁴ - 1 - 10 ¹⁰
		91	83			
	31	+	46	11	68	[2 ⁶² . 10 ⁻⁹ + 0,5]
		60	18			

RC
bis

		R	D O	R P	A O	
=)	0	4	27	X	0	Plaats koppelopdr.
		10	12	X	0	
	1	9	21	X	0	
		28	0	X	8	
	2	26	16	X	0	Stop als rij-lengte
		2	20	X	0	1e factor ≠ kolom-lengte
	3	4	28	X	0	2e factor
		10	13	X	0	
	4	12	29	X	0	
		21	0	X	0	X0 ⇒ werkruimte
	5	4	1	X	0	
		12	0	X	0	
	6	12	2	X	0	
		2	26	X	0	vorming incrementen der var.
	7	4	4	X	0	opdrachten
		17	4	X	0	
	8	8	25	X	0	
		12	5	X	0	
	9	2	18	X	0	
		24	17	X	20	
	10	0	9	X	0	
		4	6	X	0	
	11	10	12	X	0	
		12	3	X	0	
	12	17	6	X	0	
		8	10	X	0	
	13	12	7	X	0	
		2	17	X	0	
	14	24	17	X	20	
		11	13	X	0	
	15	16	10	X	0	
		2	16	X	0	

Vermenigvuldiging.

Kanaal PO

	16	24	17	X	20	
		0	8	X	0	$\langle a_2, a_1 \rangle$
	17	21	4	P	1	berg matrix-gegevens
		20	0	P	2	progr. $\Rightarrow$ X0
	18	12	28	X	0	
		10	24	K	0	
	19	12	27	X	0	a_3
		7	8	P	1	$\Rightarrow$ naar cyclus
a24P1 $\Rightarrow$	20	12	30	X	0	red element
		26	33	X	12	maak schuifopdr.
	21	9	29	X	0	
		28	17	X	30	schuif over meer dan 33 ?
	22	14	23	P	0	$\rightarrow$
		26	0	X	12	
a22 $\rightarrow$	23	8	27	P	0	
		4	29	X	0	
	24	20	28	P	0	wijzig programma in X0
		6	26	P	0	$\Rightarrow$
	25	7	24	P	1	
		20	4	P	2	
b24 $\Rightarrow$	26	12	3	X	0	
		6	8	P	1	$\Rightarrow$ naar cyclus
	27	2	0	X	0	
		0	3200	X	9	
	28	9	29	X	0	bestemd voor
		29	0	X	8	0 ^e kwart X0
	29	15	1	X	0	tijdens "maak
		2	25	P	1	zaak in orde"
	30	1	3	X	0	
		4	0	X	0	
	31	6	0	X	0	
		0	0	X	0	
				RC		
				bis		

		R	D 8	R P	A 1		
	0					T_3	t
	1					N_3	n
	2					T_3	
	3					I	
	4					}	schrijf-opdracht -incrementen
	5						
	6					}	haal-opdracht -incrementen
	7						
b26 PO $\Rightarrow$	8	10	27	X	0		a_3
b19 PO } $\rightarrow$		8	25	P	1		begin v.d. grote cyclus
b27 } $\rightarrow$	9	28	25	X	10		
b31 } $\rightarrow$		6	4	X	0	$\Rightarrow$	
b15X0 $\Rightarrow$	10	26	1	X	12		vorming van geschaald vector- product in enkele lengte
		24	22	X	30		
	11	3	0	X	0		
		16	2	X	0		
	12	26	32	X	30		
		12	2	X	0		
	13	0	2	X	0		
		10	23	X	0		
	14	8	31	X	0		
		12	30	X	0		
	15	28	7	X	30		
		14	20	P	1	$\rightarrow$	staart irrelevant

Vermenigvuldiging

Kanaal P1

	16	27	34	X	12	
		12	31	X	0	- 34 $\Rightarrow$ m
	17	29	0	X	0	
		14	16	X	0	$\rightarrow$ ga tekens gelijk maken
	18	27	1	X	12	product > 1, dus staart
		12	31	X	0	- 1 $\Rightarrow$ m irrelevant
	19	10	3	X	0	
		12	23	X	0	herstel schuifopdr.
b15 $\rightarrow$	20	10	0	X	0	
		12	29	X	0	kop $\Rightarrow$ staart
	21	4	0	X	0	overloop $\Rightarrow$ kop
		6	17	X	0	$\Rightarrow$ ga tekens gelijk maken
b24X0 $\Rightarrow$	22	0	31	X	0	
		1	30	X	0	
	23	4	29	X	0	Is schaling in orde ?
		2	25	P	1	
	24	14	20	P	0	$\rightarrow$ maak zaak in orde
a1X0 $\rightarrow$		2	7	P	1	pak increment
	25	12	0	X	0	berg matrix-element
		27	1	X	12	
	26	8	0	P	1	t-1 $\Rightarrow$ t > 0 ?
		28	0	X	10	
	27	10	4	P	1	pak increment
		15	8	P	1	$\rightarrow$ volgend element
	28	10	2	P	1	kolom klaar
		28	0	X	10	
	29	10	1	P	1	
		25	1	X	12	n - 1 $\Rightarrow$ n > 0 ?
	30	28	1	X	10	
		0	28	X	0	
	31	10	5	P	1	
		15	8	P	1	$\rightarrow$ volgende kolom

RC
bis

	R	D	R	A	
		0	P	2	
0	10	23	X	0	
	8	31	X	0	
1	9	23	P	2	} (slot in P2)
	7	26	P	2	
b1 ⇒ 2	10	30	X	0	⇒ pak laatste element
	7	24	P	1	
3	26	1	X	28	2 ⁻¹² . kop
	29	0	X	0	
b9 P1 ⇒ 4	10	3	P	1	Vorming vectorproduct
	12	30	X	0	
5	26	0	X	12	
	12	0	X	0	
6	12	2	X	0	
b 14 → 7	24	34	X	22	begin kleine cyclus
	8	8	X	0	
	12	8	X	0	zet var. opdr.
8	10	0	X	0	
	16	0	X	0	haal en vermenigvuldig
9	4	29	X	0	
	0	0	X	0	
10	4	0	X	0	kop
	2	29	X	0	
11	26	12	X	20	
	0	2	X	0	
12	4	2	X	0	2 ⁻¹² . kop
	2	30	X	0	
13	25	1	X	4	i - 1 ⇒ i > 0 ?
	4	30	X	0	
14	2	6	P	1	pak increment
	15	6	X	0	
15	12	29	X	0	→ volgende term
	6	10	P	1	
					staart
					⇒ ga enkele -lengte-getal vormen en schalen

Vermenigvuldiging.

Kanaal P2

b17 P1 ⇒ 16	2	0	X	0	onderzoek tekengelijkheid
	10	29	X	0	
b21 P1 → 17	26	33	X	28	
	24	34	X	28	
18	29	0	X	8	
	14	22	X	0	
19	2	29	X	0	→ tekens gelijk
	11	20	X	0	
20	0	0	X	0	1-p tevens -1+p
	16	0	X	0	
21	4	0	X	0	
	12	29	X	0	
b18 } a26 } → 22	2	0	X	0	
	10	29	X	0	
23 (	26	0	X	28	) 26 pX28
	29	0	X	0	
24	2	23	X	0	
	14	22	P	1	
25	24	1	X	4	→ normering klaar verhoog schuifopdr.
	4	23	X	0	
26	6	22	X	0	⇒ ga opnieuw schuiven
	24	1	X	12	
b1 ⇒ 27	20	0	K	0	herstel X0
	8	11	X	0	
28	8	19	X	0	slot uitge- voerd in P2
	2	27	X	0	
29	12	27	X	0	
	28	30	X	2	
30 (		RX1			) ⇒ klaar
31	0	0	X	2	
	0	0	X	0	
		RC bis			
					werkz. in X0 a3 increment haal opdr. staart, w, i, u m

		R	D	R	A	
			0	J	0	
=)	0	4	31	J	0	zet koppelopdracht
		21	7	K	0	}
1		20	0	J	0	
		20	7	K	0	
2		10	25	X	0	}
		2	26	X	0	
3		4	25	X	0	
		12	26	X	0	}
4		7	8	X	0	
		22	0	J	1	
5		10	18	J	0	=> normeer kolommen
		12	24	X	0	=> inverteer tot rij- geschaalde matrix
6		26	3	X	12	
		12	25	X	0	
7		22	2	J	2	=) - max. $ b_j \Rightarrow A$
		1	19	J	0	
8		6	21	J	0	=>
		22	2	J	2	voor XO
9		26	1	X	12	
		25	1	X	12	
10		29	33	X	20	
		15	9	X	0	
11		12	8	K	0	
		22	0	J	2	
12		10	26	X	0	
		8	24	X	0	
13		12	24	X	0	
		2	11	X	0	
14		24	3	X	4	
		4	11	X	0	
15		2	29	X	0	
		25	1	X	4	

Inversie.

Kanaal J0

	16	4	29	X	0	voor X0
		15	8	X	0	
	17	20	7	K	0	
		7	4	J	0	
	18	0	8	K	0	voor: zoek max. b_j
		0	0	X	0	
	19	1	4030	X	1	voor rij-normering
		0	0	X	0	
	20	11	8	K	0	voor 9x0: haal b_j
		7	23	J	0	
a8 $\Rightarrow$	21	5	8	X	0	ΔVOp (doet normeersub- routine naar rechts schuiven)
		2	20	J	0	
	22	20	7	K	0	herstel M
b28 $\rightarrow$		4	9	X	0	
	23	6	9	X	0	$\Rightarrow$ haal b_j
b9X0 $\Rightarrow$		8	8	X	0	
	24	22	0	J	2	=) normeer rij
		10	26	X	0	τ
	25	8	24	X	0	
		12	24	X	0	$a + t\tau$
	26	2	9	X	0	
		24	3	X	4	
	27	10	29	X	0	
		25	1	X	12	
	28	12	29	X	0	$t-1 \Rightarrow t > 0 ?$
		15	22	J	0	$\rightarrow$
	29	20	7	K	0	herstel M
		11	27	X	0	b
	30	8	7	X	0	max. b_j
		12	27	X	0	
	31	(RD)				$\Rightarrow$ klaar

		R	D	R	A	
			0	J	1	
=)	0	4	25	J	1	inverteer kolom-geschaalde
		10	28	X	0	tot rij-geschaalde matrix
	1	9	29	X	0	
		28	0	X	8	
	2	26	16	X	0	stop; matrix niet vierkant
		21	7	K	0	
	3	20	6	K	0	
		10	28	X	0	
	4	18	25	X	0	
		8	24	X	0	
	5	12	22	X	0	$a+Nv$
		2	26	X	0	
	6	24	17	X	22	
		4	18	X	0	$2^{17} (a+Nv)$
	7	12	17	X	0	$2^{17} t$
		11	13	J	1	1-p
	8	23	24	J	3	=) transport 1-p $\Rightarrow \{a_{t,N}\}$
		10	28	X	0	
	9	18	26	X	0	
		9	26	X	0	
	10	8	24	X	0	
		12	24	X	0	
	11	26	3	X	12	
		18	28	X	0	
	12	8	14	J	1	
		7	21	J	2	$\Rightarrow$ ga spil zoeken
	13	0	0	X	0	1-p
		16	0	X	0	
	14	12	7	K	0	voor m_k -berger
		6	25	J	2	
b23 J6 $\Rightarrow$	15	8	24	X	0	slotbewerking
		2	27	X	0	

Inversie

Kanaal J1

	16	5	27	X	0	$-b \Rightarrow b$
b24 →		8	18	J	1	
	17	28	18	X	10	
		26	0	X	4	
b19 →	18 (	10	0	X	0	$a_{i,N}$
		24	1	X	4	$-^2 \log a_{i,N}$
	19	28	33	X	30	
		15	18	J	1	→
	20 (	1	8	K	0	$t-1 \Rightarrow t > 0 ?$
		4	8	K	0	
	21	2	20	J	1	
		0	26	J	1	
	22	28	20	X	2	
		2	0	X	0	
	23	25	1	X	4	
		4	0	X	0	
	24	10	26	X	0	τ
		15	16	J	1	→
	25 (		RX1			$\Rightarrow$ klaar
	26	0	3	X	0	voor ophoging 20J1
		0	3	X	0	
	27	0	2	X	0	voor 0 ^e kwart
		4	2	X	0	X0, herschaling
	28	1	7	X	0	
		4	0	X	0	
	29	8	9	X	0	
		12	9	X	0	
	30	14	0	X	0	
		7	22	J	5	
	31	2	0	X	0	
		3	1	X	8	
			RC			

		R	D	R	A	
		0	0	J	2	
Normmeer =)	0	8	7	J	2	
		12	4	X	0	
	1	10	6	J	2	
		7	2	J	2	
Zoek max =)	2	10	9	J	2	
		28	20	X	2	
	3	2	28	X	0	l_s
		4	1	X	0	
	4	8	24	X	0	$+a_s$
		26	0	X	4	
b18 →	5	12	3	X	0	
		6	3	X	0	$\Rightarrow$
	6	2	0	X	0	
		8	8	J	2	
	7	24	34	X	20	
		12	5	X	0	
	8	2	0	X	0	
		14	8	X	0	
	9	10	0	X	0	
		6	10	J	2	
b3X0 $\Rightarrow$	10	12	0	X	0	
		15	11	J	2	$\rightarrow$
	11	13	0	X	0	
b10 →		0	0	X	0	
	12	29	34	X	20	
		1	0	X	0	
	13	14	16	J	2	$\rightarrow$ geen nieuw max. gevonden
		3	0	X	0	- $ E_{\max} \Rightarrow A$
	14	12	7	X	0	$E_{\max}$
		10	28	X	0	
	15	9	1	X	0	$\} m$
		12	6	X	0	

Inversie

Kanaal J2

b5X0 } a3 }	→	16	10	1	X	0	} 1 _s
			25	1	X	12	
		17	12	1	X	0	
			10	25	X	0	δ _s
		18	8	3	X	0	ophoging leesopdracht
			14	5	J	2	→
		19	10	6	X	0	m
			5	5	X	0	+ E _{max}
a15 J4 ⇒	⇒	20	12	24	X	0	⇒ zoek volgende spil
			10	15	X	0	
		21	25	3	X	12	ophoging
b12 J1 ⇒	⇒		12	15	X	0	m _k -berger
		22	26	3	X	4	
			24	17	X	20	δ voor transport spilrij
		23	0	25	X	0	
			4	17	X	0	
		24	22	2	J	2	=) zoek max in spilrij
			6	15	X	0	⇒ berg spilnummer m _k
b15 X0 ⇒	⇒	25	26	0	X	12	
b26 →	→		25	1	X	12	normeer - spil
		26	29	33	X	20	
			15	25	J	2	→
		27	13	14	X	0	p
			26	34	X	28	- noemer ⇒ (S)
		28	2	7	X	0	spil
			28	34	X	20	> 0 ?
		29	27	3	X	4	
			15	30	J	2	
		30	26	3	X	4	
b29 →	→		24	2	X	20	± (½-p)
		31	5	0	X	0	⇒ - teller
			22	0	X	31	=)
					RC		

	R	D	R	A	
		0	J	3	
0	12	13	X	0	
	10	31	J	3	
1	8	24	X	0	
	12	18	X	0	
2	22	25	J	3	$\Rightarrow \{a_{k,n}\} \Rightarrow \{w_n\}$
	10	25	X	0	transp. spilrij
3	2	24	X	0	
	24	17	X	22	
4	4	17	X	0	
	12	18	X	0	
5	26	0	X	12	
	23	24	J	3	$\Rightarrow \text{maak spil-rij} = 0$
6	2	19	J	3	$0 \Rightarrow \{a_k n\}$
	4	0	X	0	
7	28	19	X	10	$+\frac{1}{2}$ - berger
	9	24	J	3	
8	24	17	X	30	
	8	16	J	3	
9	28	16	X	10	$a_{k,N}$ -haler
	2	6	X	0	m_k
10	24	17	X	20	
	0	28	X	0	$+t' = k+1$
11	4	1	X	0	
	24	33	X	20	
12	0	1	X	0	
	0	15	J	3	
13	28	15	X	2	
	24	17	X	22	
14	8	18	J	3	
	28	18	X	10	
15	10	6	K	0	w_k
	12	9	K	0	$\Rightarrow w_{m_k}$

Inversie

Kanaal J3

	16	(	10	0	X	0	)	$a_{k,N}$
			24	1	X	12		
	17		28	34	X	30		
			15	18	J	3	→	
b17 →	18	(	1	0	X	0	)	25 1 X 12
			2	0	X	0		12 ...
	19	(	0	0	X	0	)	10 0 X 0 $\frac{1}{2}$
			8	0	X	0		12 ...
	20		10	6	X	0		m_k
			9	29	X	0		-N
	21		24	17	X	30		$.2^{17}$
			18	25	X	0		$\sqrt{}$
	22		8	19	J	3		X
			28	31	X	10		10 ...
	23		11	0	X	0		12) a_{k,m_k} (
			7	31	J	3	⇒	
	24		10	0	X	0		
) =)			12	0	X	0		
Transport =)	25		28	31	X	2		zet koppelopdracht
			2	20	X	0		
	26		10	18	X	0		
			8	24	J	3		
b30 →	27		28	28	X	10		
			25	1	X	4		
	28	(		R X 1			)	10
								12
	29		10	28	J	3		
			8	17	X	0		
	30		28	34	X	20		
			14	27	J	3	→	
b23 ⇒	(	31	0	0	X	0	)	⇒
			0	9	K	0		
					RC			

	R	D	R	A		
		0	J	4		
0	10	6	X	0		
	18	25	X	0	voorbereiding eliminatie	
1	8	16	X	0		
	12	23	X	0	$a + m_k v + i\tau$	
2	2	22	X	0		
	1	25	X	0	aflaging van	
3	4	22	X	0	$a + kv$	
	4	18	X	0	$a + kv + i\tau$	
4	1	23	X	0		
	4	17	X	0	$(k - m)v$	
5	20	28	J	1		
	10	29	X	0	N	
6	2	16	X	0	a	
	7	11	J	4	$\Rightarrow$ ga 0 ^{de} rij elimineren	
b27 J5 $\Rightarrow$	7	2	23	X	0	voorbereiding volgende rij
	0	26	X	0		
8	4	23	X	0	$a + m_k v + i\tau$	
	0	17	X	0		
9	4	18	X	0	$a + kv + i\tau$	
	2	19	X	0		
10	0	26	X	0	$a + i\tau$	
	10	31	X	0		
11	25	1	X	12	} $t - 1 \Rightarrow t > 0 ?$	
b6 $\rightarrow$	12	31	X	0		
12	14	16	J	4	$\rightarrow$ ga volgende rij elimineren	
	2	28	X	0		
13	25	1	X	4	$t' - 1 \Rightarrow t' > 0 ?$	
	4	28	X	0		
14	10	24	X	0		
	9	26	X	0		
15	14	20	J	2	$\rightarrow$ ga volgende spil zoeken	
	6	15	J	6	$\Rightarrow$ naar slotbewerking	

Inversie.

Kanaal J4

a12 $\Rightarrow$	16	4	19	X	0	a+i τ
		10	23	X	0	
	17	8	18	J	4	
		28	18	X	10	
	18 (	10	0	X	0	)
		12	12	X	0	
	19	2	17	X	0	
		29	0	X	0	$m_k = k ?$
	20	10	23	X	0	
		14	25	J	4	$\rightarrow$
	21	24	17	X	30	
		8	18	X	0	
	22	8	23	J	4	
		28	23	X	10	)
	23 (	10	0	X	0	
		12	0	X	0	
	24	27	0	X	4	
		10	18	X	0	
b20 $\rightarrow$	25	8	26	J	4	
		28	26	X	10	
	26 (	5	0	X	0	)
		10	12	X	0	
	27	2	29	J	4	
		1	14	X	0	-p
	28	28	29	X	2	
		18	13	X	0	v.P
	29 (	26	33	X	28	)
		4	10	X	0	
	30	12	11	X	0	Q_0
		2	29	X	0	Q_1
						$N \Rightarrow n$
	31	4	30	X	0	
		2	19	X	0	a+i τ
				RC		

			R	D	R	A	
				0	J	5	
a26 →	0	(	10	9	K	0	) begin eliminatie-cyclus
a27 →			0	4	J	5	
	1		28	4	X	2	
			0	29	J	5	
	2		28	22	X	2	
			12	8	X	0	w_j
	3		19	11	X	0	$\cdot - Q_1$
			4	9	X	0	
	4	(	10	0	X	0	)
			26	33	X	22	
	5		24	1	X	22	$a_{i,j} \Rightarrow (A)$
			0	9	X	0	
	6		28	0	X	8	telkens $\neq$?
			14	28	J	5	→ zet + 0 enz.
	7		24	33	X	28	
			24	34	X	22	som $\Rightarrow (A)$
b28 →	8		12	9	X	0	overdracht
			10	8	X	0	w_j
	9		17	10	X	0	$\cdot - Q_0$
			0	9	X	0	
	10	(	26	0	X	28	)
			29	0	X	0	
	11		14	22	J	5	→ geen herschaling
a15 →			4	8	X	0	
	12		26	1	X	4	
			0	10	J	5	Verhoog VO_m
	13		28	10	X	2	
			2	8	X	0	
	14		26	1	X	28	
			28	0	X	0	m nog te klein
	15		15	11	J	5	→
			2	10	J	5	

Inversie.

Kanaal J5

	16	1	31	J	5	
		0	30	J	5	
	17	4	1	X	0	maak schuifopdracht in X0
		2	10	J	5	
	18	28	31	X	2	
		2	29	X	0	
	19	1	30	X	0	
		24	1	X	4	
	20	4	9	X	0	N - n + 1
		2	22	J	5	
	21	4	2	X	0	
		7	1	X	0	
a11 ⇒ b6X0 ⇒	22	R X 1				⇒ herschaal reeds behandelde elementen van rij 12 27 1 X 12
	23	2	0	J	5	
		24	3	X	4	
	24	28	0	X	2	
		8	30	X	0	
	25	12	30	X	0	
		2	25	X	0	
	26	14	0	J	5	→
		29	0	X	8	j = N ?
	27	15	0	J	5	→ a _{i,N}
		6	7	J	4	⇒ einde eliminatie rij
b6 ⇒	28	26	0	X	12	
		6	8	J	5	⇒
	29	2	0	X	0	
		0	3200	X	17	
	30	26	0	X	30	
		3	25	X	0	
	31	26	0	X	28	
		29	0	X	0	
				RC		

		R	D	R	A	
			0	J	6	
	0	9	4095	X	0	rijen verwisseling
		26	0	X	0	
b15 $\Rightarrow$	1	5	1	X	0	
		10	24	X	0	a
	2	2	25	X	0	γ
		24	17	X	22	
	3	0	24	X	0	
		0	14	J	6	
	4	4	23	X	0	$< 10 a, 2 a >$
		8	25	X	0	
	5	12	22	X	0	$< \gamma, \gamma >$
b21 $\rightarrow$		2	6	J	6	
	6 (	10	10	K	0	m_1
		9	1	X	0	-1
	7	24	3	X	4	
		28	6	X	2	verhoog m_1 -haler
	8	29	0	X	8	$m_1 = 1 ?$
		14	19	J	6	$\rightarrow$
	9	8	1	X	0	
		24	17	X	30	
	10	8	1	X	0	
		18	26	X	0	
	11	8	23	X	0	
		2	28	X	0	$N \Rightarrow n$
	12	4	0	X	0	
b18 $\rightarrow$		28	14	X	10	
	13	8	0	J	6	
		28	15	X	10	
	14 (	2	0	X	0	$2 a + i \tau$
		10	0	X	0	$10 a + m_1 \tau$
b15 J4 $\Rightarrow$	15 (	20	7	K	0	$12 a + i \tau$
		6	1	J	6	$4 a + m_1 \tau$
						$\Rightarrow$

+jv

Inversie.

Kanaal J6

	16	3	0	X	0
		24	1	X	4
	17	5	0	X	0
		10	22	X	0
	18	8	14	J	6
		15	12	J	6
b8 →	19	10	1	X	0
		24	1	X	12
	20	12	1	X	0
		9	29	X	0
	21	28	0	X	8
		15	5	J	6
	22	10	28	X	0
		12	0	X	0
	23	18	25	X	0
		6	15	J	1
	24			RC	
	25				
	26				
	27				
	28				
	29				
	30				
	31				

→

$i+1 \Rightarrow 1$

-N

→

N

.v

⇒ naar slotbewerking

			R	D	R	A	
				0	S	0	
	=)	0	10	4	S	0	optelling
			7	1	S	0	⇒
	=)	1	11	4	S	0	aftrekking
b0	→		12	22	X	0	$\pm \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2$
		2	10	4	S	0	
			12	14	X	0	$+ \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_1$
		3	26	1	X	12	
			7	16	S	0	⇒
		4	0	0	X	0	$\frac{1}{2}$
			8	0	X	0	
b31	⇒	5	2	14	X	0	lin. comb. voorber.
			4	15	X	0	
		6	14	7	S	0	→
			5	15	X	0	$ \lambda_1 $
a6	→	7	8	15	X	0	
			25	1	X	12	
		8	28	34	X	30	$ \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1 ?$
			7	1	S	1	
b21 S2 } a10	⇒	9	25	1	X	4	normering.
			28	33	X	30	voorbereiding verm.
		10	14	9	S	0	→
			4	3	X	0	
		11	0	27	X	0	
			10	3	X	0	
		12	8	14	S	0	
			28	14	X	10	
		13	4	27	X	0	
			26	1	X	12	
		14 (	24	34	X	30	) 24 34-pX30
			12	30	X	0	
		15	2	31	X	0	
			6	19	S	2	⇒ ga vermenigvuldigen

Additieve operaties.

Kanaal S0

	=)	16	26	0	X	12	lin. comb. voorber.
b3	→		4	31	X	0	
		17	12	27	X	0	0 of 1 $\Rightarrow$ b ₃
			2	12	X	0	
		18	4	28	X	0	N ₃
			1	20	X	0	
		19	24	17	X	20	
			0	13	X	0	
		20	4	29	X	0	T ₃
			1	21	X	0	
		21	28	0	X	0	
			26	16	X	0	stop als lengten ongelijk
		22	21	0	K	0	
			2	19	X	0	
		23	1	11	X	0	
			5	15	X	0	b ₁ -b ₂ $\Rightarrow$ $\beta \geq 0$?
		24	14	26	S	0	→
			2	15	X	0	
		25	20	14	K	0	M ₁ $\Leftrightarrow$ M ₂
			20	21	K	0	
a24	→	26	24	33	X	4	33- β
			29	34	X	20	
		27	15	28	S	0	→ β te groot
			1	29	S	0	
		28	29	29	X	2	
a27	→		10	22	X	0	
		29	26	33	X	30	) 26 β X30
			12	22	X	0	
		30	14	31	S	0	
			11	22	X	0	$ \lambda_2 \neq 0$?
		31	28	0	X	8	
			14	5	S	0	→
					RC		
					bis		

Additieve operaties.

Kanaal S1

		R	D	R	A	
			0	S	1	
	0	12	16	X	0	) constante matrix $\Rightarrow M_2$
		12	17	X	0	
	1	12	18	X	0	
b8 S0 $\rightarrow$		10	27	X	0	
	2	15	5	S	1	$\rightarrow \lambda_1$ en λ_2 niet te groot
		26	1	X	20	
	3	4	14	X	0	$\frac{1}{2}\lambda_1$
		2	22	X	0	
	4	26	1	X	20	
		4	22	X	0	$\frac{1}{2}\lambda_2$
	5	26	1	X	12	
a2 $\rightarrow$		8	11	X	0	
	6	12	27	K	0	b_3
		10	18	X	0	vorming incrementen der var. opdrachten
	7	24	17	X	30	
		8	10	X	0	
	8	12	10	X	0	
		2	17	X	0	
	9	24	17	X	20	
		0	9	X	0	
	10	17	13	X	0	
		12	9	X	0	
	11	10	13	X	0	
		19	26	X	0	
	12	8	25	X	0	
		12	25	X	0	
	13	2	16	X	0	
		24	17	X	20	
	14	0	8	X	0	$\langle a_2, a_1 \rangle$
		10	24	X	0	a_3
a26 } $\rightarrow$	15	0	17	S	1	begin cyclus
b30 }		28	17	X	2	

Additieve operaties.

Kanaal S1

16	8	23	S	1	
	28	23	X	10	
17	(10	0	X	0	haal
	2	0	X	0	elementen
18	28	0	X	2	
	18	14	X	0	$\cdot \lambda_1$
19	28	1	X	2	
	24	34	X	22	
20	10	0	S	1	
	16	22	X	0	$\cdot \lambda_2$
21	0	1	S	1	
	26	32	X	30	afronding
22	28	1	X	10	
	0	1	S	1	
23	(4	0	X	0	berg element
	10	29	X	0	
24	25	1	X	12	$t-1 \Rightarrow t > 0 ?$
	12	29	X	0	
25	2	10	X	0	δ
	10	26	X	0	
26	14	15	S	1	$\rightarrow$ volgende element
	10	13	X	0	
27	12	29	X	0	$T \Rightarrow t$
	10	28	X	0	
28	25	1	X	12	$n-1 \Rightarrow n > 0 ?$
	12	28	X	0	
29	0	9	X	0	
	10	26	X	0	
30	8	25	X	0	
	14	15	S	1	$\rightarrow$ volgende kolom
31	20	0	K	0	
	6	31	X	0	$\Rightarrow$ klaar
			RC		
			bis		

		R	D	R	A	
			0	S	2	
Max. =)	0	20	12	S	2	
b19 →		28	31	X	2	
	1	10	26	X	0	
		19	29	X	0	
	2	8	25	X	0	
		28	13	X	10	
	3	2	24	X	0	a
		10	28	X	0	
	4	28	11	X	10	n
b29 →		10	29	X	0	
	5	28	12	X	10	t
a27 →		0	0	X	0	
	6	4	0	X	0	
		6	0	X	0	⇒
	7	2	0	X	0	
		6	18	X	0	
	8	10	0	X	0	
		28	9	X	10	
	9	14	2	X	0	m_{tn}
		11	9	S	2	
	10	8	15	S	2	) E_{max} (
		29	34	X	30	
	11	14	25	S	2	n
		9	15	S	2	
	12	29	15	X	10	t
		1	8	S	2	
	13	28	10	X	2	Δ
		10	9	S	2	
	14	12	7	X	0	
		6	25	S	2	
	15	0	0	X	0	- E_{max}
		0	0	X	0	

Zoek max., verm. en normering

Kanaal S2

	16	10	0	X	0	
		0	7	S	2	
	17	28	24	X	2	
		6	22	S	2	
Mult. =)	18	10	31	S	2	
		28	22	X	10	
b15 S0 →	19	20	20	S	2	
		7	0	S	2	
Norm. =)	20	4	31	X	0	
		22	0	S	2	=) Max.
	21	26	1	X	4	
		6	9	S	0	⇒ ga verm. voorbereiden
b1X0 ⇒	22	18	30	X	0	norm.) 18 30X0
		6	24	S	2	⇒ 26 32X30
	23	4	3	X	0	afr.
		8	3	X	0	
b22 →	24		RX1			12
						6 25 S2 skip
a3X0 } →	25	10	12	S	2	
b6X0 }		25	1	X	12	t-1 ⇒ t > 0 ?
	26	28	12	X	10	
		2	26	X	0	τ
	27	15	5	S	2	→
		10	11	S	2	
	28	25	1	X	12	n-1 ⇒ n > 0 ?
		28	11	X	10	
	29	0	13	S	2	
		15	4	S	2	
	30	11	15	S	2	E max
		2	10	S	2	) E max (
	31	18	30	X	0	voor mult.) ⇒
		26	32	X	30	
			RC			
			bis			

		R	D	R	A	
			O	R	O	
=)	0	28	30	X	2	zet koppelopdracht
Transp. sub-		10	10	X	0	
matrix	1	18	13	X	0	
		12	23	X	0	
	2	10	26	X	0	
		24	17	X	30	
	3	12	22	X	0	$\langle \tau_3, 0 \rangle$
		26	0	X	12	
	4	12	28	X	0	$0 \Rightarrow N_3$
		10	12	X	0	
	5	12	30	X	0	$N_1 \Rightarrow n$ voor telling kolommen
		10	24	X	0	
	6	24	17	X	30	
		8	8	X	0	$\langle a_3, a_1 \rangle$
	7	8	16	R	0	
		28	16	X	10	plaats variabele opdracht
	8	10	14	X	0	
		28	1	X	30	$\frac{1}{2} c_1 \Rightarrow c_1 > 0 ?$
	9	12	14	X	0	
		10	16	R	0	
	10	15	25	R	0	$\rightarrow$
		26	0	X	12	
	11	12	29	X	0	$0 \Rightarrow T_3$
		2	13	X	0	
	12	4	31	X	0	$T_1 \Rightarrow t$ voor telling rijen
		2	15	X	0	
b20 $\rightarrow$	13	28	1	X	20	$\frac{1}{2} c_2 \Rightarrow c_2 > 0 ?$
		26	0	X	12	
	14	15	17	R	0	$\rightarrow$
		10	29	X	0	
	15	24	1	X	12	$T_3+1 \Rightarrow T_3$
		12	29	X	0	

Transporteer (sub-)matrix

	16	(	10	0	X	0	)	10
			12	0	X	0		12
a ₁₄ →	17		10	22	X	0		< $\tau_{3,0}$ >
			8	16	R	0		
	18		8	10	X	0		+ τ_1
			28	16	X	10		plaats variabele opdracht
	19		10	31	X	0		
			25	1	X	12	)	t-1 $\Rightarrow$ t > 0 ?
	20		12	31	X	0		
			14	13	R	0	→	
	21		10	28	X	0		
			24	1	X	12		N ₃ + 1 $\Rightarrow$ N ₃
	22		12	28	X	0		
			2	25	X	0		
	23		10	26	X	0		
			17	29	X	0		
	24		24	17	X	30		
			8	16	R	0		
	25		9	23	X	0		
a ₁₀ →			8	9	X	0		
	26		28	16	X	10		plaats variabele opdracht
			10	30	X	0		
	27		25	1	X	12	)	n-1 $\Rightarrow$ n > 0 ?
			12	30	X	0		
	28		14	8	R	0	→	
			2	11	X	0		
	29		4	27	X	0		b ₁ $\Rightarrow$ b ₃
			24	0	X	4		
=)	30	(	27	0	X	12	)	$\Rightarrow$
Transporteer			12	14	X	0		-0 $\Rightarrow$ c ₁ , c ₂
matrix	31		12	15	X	0		
			6	0	R	0	$\Rightarrow$	
					RC			
					bis			